暗黒物質と構造形成(3/29)

冷たい暗黒物質の構造形成: 線形及び非線形重力成長

<u>宇宙の暗黒時代</u>



50 (初期) ザックス・ウォルフ効果 宇宙マイクロ波背景放射 (Cosmic Microwave Background, CMB): 一樣当方宇宙 +揺らぎ (~10-5) 温度が低い場所 エネルギーを失う ↔ 温度低い 重力ポテンシャル 物質の密度が高い場所 z=1000 z=0

物質密度揺らぎ (線形理論)



密度揺らぎ

$$\delta(\mathbf{x}) \equiv \frac{\delta\rho}{\rho}(\mathbf{x}) = \int \frac{d\mathbf{k}^3}{(2\pi)^3} \delta(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}$$

$$< \delta(\mathbf{k})\delta^*(\mathbf{k}') >= (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \mathbf{P}(\mathbf{k})$$

CMBの非当方性により100 Mpc-10 Gpc (観測可能な宇宙) の物質分布が (間接的に) 測られている

CMBの非当方性の限界:シルク減衰



<u>ACDM模型の成功</u>



シルク減衰のスケールよりも大スケールのCMB観測(*l* <2500) は 暗黒エネルギー+冷たい暗黒物質を仮定する模型 (ACDM模型)の 6つのパラメターでよく説明される



← CMBは宇宙の晴れ上がり (z~1100) の時の揺らぎ (~10⁻⁵) ↔ 銀河や銀河団はその揺らぎが成長したもの (~100, **非線形**)

密度揺らぎの成長 (簡易版)





- 流体の(質量)密度場 $ho_{
 m M}$ - 流体の速度場 $ec{V}$
- 重力場 ϕ

時空間

- 時間 t ∂t - ユークリッド空間 \vec{X}

方程式

- 質量保存の式
$$\dot{
ho}_{\mathrm{M}}+ec{
abla}\cdot(
ho_{\mathrm{M}}ec{V})=0$$

- 運動方程式 $\dot{ec{V}}+(ec{V}\cdotec{
abla})ec{V}=-ec{
abla}\phi$
- ポアソン方程式 $\Delta\phi=4\pi G
ho_{\mathrm{M}}$



密度揺らぎの成長 (簡易版')

<u> ハッブルの法則 (0次近似)</u>

物質が遠ざかる速さは (0次近似で) その距離に比例する
$$\vec{V} = H(t)\vec{X}$$

 $H(t) \equiv \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad \vec{X} \equiv a(t)\vec{x} \rightarrow \vec{V} = \vec{X}$ (宇宙の膨張)

時空間



方程式

- 時間
$$t$$

- ユークリッド空間 $\vec{x} = \frac{\partial}{\partial t}$
 $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial \vec{x}}$

- 質量保存の式

$$\dot{\rho}_{M} - H(\vec{x} \cdot \vec{\nabla})\rho_{M} + \frac{1}{a}\vec{\nabla} \cdot (\rho_{M}\vec{V}) = 0$$

- 運動方程式
 $\dot{\vec{V}} - H(\vec{x} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} + \frac{1}{a}(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} = -\frac{1}{a}\vec{\nabla}\phi$
- ポアソン方程式
 $\frac{1}{a^{2}}\Delta\phi = 4\pi G\rho_{M}$

一様当方宇宙 (0次近似)

運動エネルギー

|物質は (0次近似で) 一様当方に分布している $ar{
ho}_{\mathrm{M}}(t)$

質量保存の式 → 物質は宇宙膨張と共に薄まる $ar{
ho}_{\mathrm{M}}(t) \propto$

ポアソン方程式 →
$$\bar{\phi} = \frac{2\pi G}{3} \bar{\rho}_{M} \vec{X}^{2}$$
 定数
(総エネルギー)
運動方程式 → $\frac{1}{2}\dot{a}^{2} - \frac{4\pi G}{3} \bar{\rho}_{M} a^{2} = E$

 $\frac{1}{a^3}$

密度揺らぎの成長 (宇宙の曲率)

総エネルギー - 宇宙の曲率

$$E \equiv -\frac{1}{2}K$$

aには定数倍の不定性がある → $K = \begin{cases} -1$ 開いた宇宙
0 平坦な宇宙
1 閉じた宇宙

マリードマン方程式:
$$H^2 + \frac{K}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\bar{\rho}$$



$$\Omega \equiv \frac{8\pi G \bar{\rho}_0}{3H_0^2} (\Omega_{\rm M}, \Omega_{\rm rad}, \Omega_{\Lambda}) \quad \Omega_K \equiv -\frac{K}{a_0^2 H_0^2} \qquad 現在の値$$

↔ 観測的的に宇宙は極めて平坦 $|\Omega_K| << 1$ であることが知られている

密度揺らぎの成長 (揺らぎ)

一様当方宇宙の揺らぎ(1次近似)ヘルムホルツの定理• 流体の(質量)密度場
$$\rho = \bar{\rho}_{M}(1 + \delta)$$

• 流体の速度場 $\vec{V} = \vec{V} + \vec{V}_{1}$
• 重力場 $\phi = \bar{\phi} + \phi_{1}$ 速度場はベクトル場 →
スカラー成分 ($\vec{\nabla} \times \vec{V} = 0$)
と渦成分 (ベクトル成分,
 $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$) に分解される
 $\vec{V}(\propto \vec{\nabla}\vec{X}^{2})$ はスカラー成分線形方程式
• 運動方程式
• ボアソン方程式
 $\frac{1}{a^{2}}\Delta\phi_{1} = 4\pi G\rho_{M0}\delta$ 密度場及び重力場と共進
化するのはスカラー成分ベクトル成分は減衰ベクトル成分は減衰

密度揺らぎの成長 (進化方程式)

密度揺らぎの進化方程式

$$\ddot{\delta} + 2H\dot{\delta} - 4\pi G\rho_{\rm M0}\delta = 0$$

暗黒エネルギーと暗黒物質からなる宇宙



密度揺らぎの非線形成長



密度揺らぎが十分大きくなる $(\delta > 1)$ と**非線形成長**を始め,銀河や銀河団のハローを形成する



非線形成長 (球対称崩壊)

球対称崩壊

物質密度が背景宇宙 (平坦な宇宙,
$$K = 0$$
) よりも高い
領域を閉じた宇宙 ($K = 1$) だと考える
 $H^2 + \frac{K}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \bar{\rho}_{\rm M} \quad \bar{\rho}_{\rm M} = \bar{\rho}_{\rm M0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3$



非線形成長 (球対称崩壊')

密度揺らぎ

$$\begin{split} \delta &= \frac{\bar{\rho}_{\mathrm{M},K=1}}{\bar{\rho}_{\mathrm{M},K=0}} - 1 = \frac{9}{2} \frac{(\theta - \sin \theta)^2}{(1 - \cos \theta)^3} \to \frac{3}{20} \theta^2 \left(t \to 0 \right) \\ \delta &\propto a_{K=1} (= a_{K=0})$$
を再現する

ビリアル化 - ハロー形成

球対称崩壊が起きた瞬間にビリアル化すると考える
$$t_{\rm coll} = 2t_{\rm turn}$$

 $\bar{\rho}_{\rm M,K=0}(t_{\rm vir}) = \bar{\rho}_{\rm M,K=0}(t_{\rm coll}) = \frac{1}{4}\bar{\rho}_{\rm M,K=0}(t_{\rm turn})\,\bar{\rho}_{\rm M,K=0} \propto \frac{1}{t^2}$

エネルギー保存

$$T_{K=1}(t_{vir}) + V_{K=1}(t_{vir}) = T_{K=1}(t_{turn}) + V_{K=1}(t_{turn}) = E_{K=1}$$

$$T_{K=1} = \frac{1}{2}\dot{a}_{K=1}^{2} V_{K=1} = -\frac{4\pi G}{3}\bar{\rho}_{M,K=1}a_{K=1}^{2}$$

$$2T_{K=1}(t_{vir}) + V_{K=1}(t_{vir}) = 0 \quad T_{K=1}(t_{turn}) = 0$$

非線形成長 (球対称崩壊")

エネルギー保存'

$$V_{K=1}(t_{vir}) = 2V_{K=1}(t_{turn})$$
 $V_{K=1} \propto \frac{1}{a_{K=1}}$
 $a_{K=1}(t_{vir}) = \frac{1}{2}a_{K=1}(t_{turn})$ $\bar{\rho}_{M,K=1} \propto \frac{1}{a_{K=1}^3}$
 $\bar{\rho}_{M,K=1}(t_{vir}) = 8\bar{\rho}_{M,K=1}(t_{turn})$

ビリアル化したハローは宇宙の平均密度に比べて
$$\frac{\bar{\rho}_{M,K=1}(t_{vir})}{\bar{\rho}_{M,K=0}(t_{vir})} = 32 \frac{\bar{\rho}_{M,K=1}(t_{turn})}{\bar{\rho}_{M,K=0}(t_{turn})} = 18\pi^2 \simeq 178$$
倍密度が高い

ここではある高密度領域を一様当方化して (スムージン グして) 閉じた時空と考えたが, 実際には高密度領域の中 にも高・低密度領域がある<mark>階層的な構造</mark>をしている

<u>ハローとその階層性</u>

N体計算したハロー







銀河団に見られる階層構造は**ACDM**模型の予言 (*N*体計 算) とよく一致する

 \rightarrow

銀河団や銀河 (宇宙大規模構造) の観測からACDM模型を 検証できる

物質密度揺らぎ (線形理論, 再掲)



宇宙大規模構造の観測 (銀河の分布・銀河団の数密度・弱重力レ ンズ効果・ライマンαの森) によりΛCDM模型 (パラメターは CMBで決定) の成功が<mark>再確認</mark>されている

宇宙大規模構造を用いたACDM模型の検証の難しさ

観測

間接検出 - 基本的に光源 (バリオン) のみ観測可能 → 構造形成 (非線形成長) 後には (冷却・加熱プロセスを持つ) バリオンの分布は暗黒物質の分布と異なる → 十分に明るい光源を持たないハローを検出するのは困難

理論

- 非線形成長 低赤方偏移では揺らぎが成長して摂動論では扱 えない → 時間・計算機資源的にコストの高い大規模N体計算 と解析的なアプローチによる裏付けが必要
- 超新星爆発・銀河形成と暗黒物質ハローの共進化
- → バリオンプロセスをモデル化した上で<mark>最高技術水準 (state-</mark>
- of-art) の流体シミュレーションが必要



冷たい暗黒物質の構造形成の抱える諸問題: 銀河スケール

<u>暗黒エネルギー + 冷たい暗黒物質 (ACDM)</u>



ACDM模型は宇宙大規模構造 (k<1/Mpc) をよく説明する

<u>冷たい暗黒物質?</u>



<u>小スケール問題 (I)</u>

実際に冷たい暗黒物質による構造形成は<mark>銀河スケール</mark>で種々 の問題 (<mark>小スケール問題</mark>) を抱えていることが知られている





小スケール問題 (III)





冷たい暗黒物質を超えて - 最新の研究から: 暗黒物質の熱さ, 標準模型粒子との相互作用, 暗黒物質同士の相互作用

<u>小スケール問題はどう解決されうるか (I)</u>



- 電離光子によるバリオンの加熱 - 宇宙再電離の際に電離されたガスが十 分冷却されず観測されうる矮小楕円体銀河を形成しない

- <mark>超新星爆発による質量欠損</mark> - 超新星爆発で中心からガスが吹き飛ばされ ることで重力ポテンシャルが浅くなり, 暗黒物質を止めておけなくなる

<u>小スケール問題はどう解決されうるか (II)</u>



(暗黒物質のみ)の結果と観測との比較





- 暗黒物質の熱さ - 暗黒物質の熱速度が圧力のように働き, 重力成長を妨 げる

- 標準模型粒子との相互作用 - 暗黒物質が光子・ニュートリノ (熱速度が 大きい) と直接・間接的に結合し, その圧力で重力成長が妨げられる

- 暗黒物質同士の相互作用 - 暗黒物質同士の相互作用により暗黒物質がハ ローの中心に集まることを阻害する

<u>温かい暗黒物質</u>

温かい暗黒物質 (WDM): ジーンズ長が銀河スケール λ~1 Mpc



<u>標準模型粒子との相互作用</u>



<u>標準模型粒子との相互作用 vs 暗黒物質の熱さ</u>



<u>暗黒物質の相互作用:長寿命荷電重粒子</u>



N体計算(シミュレーション)



<mark>冷たい暗黒物質</mark>の予言する無数の小さな構造は <mark>長寿命荷電重粒子/温かい暗黒物質模型</mark>では抑制されている

ライマンaの森による制限 (温かい暗黒物質)



暗黒物質の速度分散: ステライルニュートリノ



<u> 混合暗黒物質 (Mixed Dark Matter, MDM)</u>

ステライルニュートリノの放射崩壊で<mark>異常X線輝線</mark>を説明できるか

Abazajian, PRL, 2014

大きなレプトン数密度を仮定 n_L/n_Y~10⁻⁴ (c.f. n_B/n_Y~10⁻¹⁰)

Kamada *et al.*, JCAP, 2016





7 keVステライルニュートリノのみから成る温かい暗黒物質は2σで棄却 混合暗黒物質 (<mark>割合50%/25%</mark>) は2σ/1σで許されている

累積速度関数: 矮小銀河問題



Kamada et al., JCAP, 2016

V_{max} [km/s] 最大回転速度

等温分布 (I)

仮定

相空間における分布関数 - Maxwell-Boltzmann分布

$$f_{\rm DM}(\vec{x},\vec{v}) = \frac{\rho_{\rm DM}^0}{(2\pi\sigma^2)^{3/2}} \exp(-E(\vec{x},\vec{v})/\sigma^2)$$

 $E(\vec{x},\vec{v}) = \vec{v}^2/2 + \phi(\vec{x})$
 $\phi(0) = 0$

Applied to the set of th



- 流体の(質量)密度場 $\rho_{\rm DM}(\vec{x}) = \int d^3 \vec{v} f_{\rm DM}(\vec{x}, \vec{v}) = \rho_{\rm DM}^0 \exp(-\phi(\vec{x})/\sigma^2)$ - 流体の速度場 $\vec{V}(\vec{x}) = \int d^3 \vec{v} \vec{v} f_{\rm DM}(\vec{x}, \vec{v}) = 0$ - 流体の圧力 $P_{\rm DM}(\vec{x}) = \int d^3 \vec{v} \frac{\vec{v}^2}{3} f_{\rm DM}(\vec{x}, \vec{v}) = \sigma^2 \rho_{\rm DM}(\vec{x})$ - 重力場 $\phi(\vec{x})$

⁹⁹
等温分布 (II)
万程式
- 質量保存の式
$$\dot{\rho}_{DM} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_{DM}\vec{V}) = 0$$

- 運動方程式 $\vec{V} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} = -\frac{1}{\rho_{DM}}\vec{\nabla}P_{DM} - \vec{\nabla}\phi$
- ポアソン方程式 $\Delta \phi = 4\pi G \rho_{DM}$
万程式'
万程式'
小
 $\vec{\nabla} V_{\infty} = 2\sigma^2 = 4\pi G \rho_{DM}^0 r_0^2$
 $V_{circ}^2 = r \frac{d\phi}{dr} r_0^2$
 $= V_{\infty}^2$

<u>等温分布 (III)</u>





<u>暗黒物質の自己相互作用</u>



物質密度揺らぎの線形パワースペクトル (構造形成の種) はCDMと同じ **構造形成が進む (↔ p大)** につれて自己相互作用が効いてくる

<u>自己相互作用と暗黒物質の密度分布</u>



<u>自己相互作用に対する制限と素粒子模型</u>



<mark>v~10-100 km/s</mark>@(矮小)銀河→ <mark>σ~1/m_{med}²(定数)</mark>

<u>円盤銀河の回転曲線</u>







<u>ありがとうございました</u>